

EKSANTRİK YÜK ALTINDA ÖNGERİLMELİ BETON KOLONLARIN ANALİZİ

Serkan TOKGÖZ

M.Ü., İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mersin

Cengiz DÜNDAR

Ç.Ü., İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana

ÖZET: *Sunulan çalışmada, iki eksenli eğilme ve eksenel basınca maruz poligonal geometriye sahip öngerilmeli beton kolonların analiz ve tasarımı için iteratif bir yöntem önerilerek, yönteme dayalı bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Önerilen yöntemde, malzemelerin doğrusal olmayan gerilme–birim deformasyon ilişkileri esas alınmakta ve beton basınç bölgesinde literatürde mevcut bulunan çeşitli gerilme–birim deformasyon ilişkileri veya deneysel olarak elde edilmiş gerilme–birim deformasyon ilişkisi kullanılabilir. Çalışmada, literatürde mevcut bulunan iki eksenli eğilme ve eksenel yüke maruz öngerilmeli beton kolonlar geliştirilen bilgisayar program ile analiz edilmiş ve sonuçların uyum içerisinde olduğu belirlenmiştir.*

Anahtar Kelimeler: *İki eksenli eğilme, öngerilmeli beton kolon, gerilme–şekil değiştirme*

ANALYSIS OF PRESTRESSED CONCRETE COLUMNS UNDER ECCENTRIC LOAD

ABSTRACT: *In the presented study, an iterative procedure is proposed for the analysis and design of polygonal shaped prestressed concrete columns under biaxial bending and axial load, and a computer program based on the proposed method has been developed. In the proposed method, nonlinear stress–strain relationships are taken into account and various stress–strain models available in the literature or experimental stress–strain model can be used for the materials. In the study, prestressed concrete columns under biaxial bending and axial load available in the literature have been analyzed by using the developed computer program and the results determined to be in good agreement.*

Keywords: *Biaxial bending, prestressed concrete column, stress-strain*

1. GİRİŞ

Öngerilmeli beton yapı elemanları 30 yılı aşkın bir süredir binalarda, köprülerde, yollarda vb. kullanılmaktadır. Öngerilmeli beton; betona yerleştirilen yüksek dayanımlı çeliğin tasarlanan miktarda çekilmesi suretiyle, betona öngerilme kuvveti uygulaması olarak tanımlanır. Bu tür yapı elemanlarının en büyük avantajı fabrikalarda istenilen şekilde imal edilip inşaat sahasında uygulanabilir olması ve yapının maliyeti açısından ekonomi sağlamasıdır.

Öngerilmeli beton elemanı yapımında yüksek dayanımlı beton ve yüksek dayanımlı çelik malzeme kullanıldığından elemanların yük etkisi altında taşıma gücü kapasitelerinde oldukça büyük artım görülmekte, deplasmanlar daha küçük kalmakta, kesme kapasitesi artmakta ve elemanda çatlama önlenmektedir. Öngerilmeli betonun sağladığı avantajlara karşın, yapımında yüksek dayanım gerektirdiğinden kullanılan betonun bakımı, işçiliği ve imalatındaki uygulama zorluğu dezavantaj olarak söylenebilir. Ayrıca betonun sünmesi, büzülmesi ve çeliğin gevşemesi sonucunda elemanda zaman içinde kapasitede kayıplar meydana gelmektedir. Oluşacak olan kayıpların tasarım aşamasında mutlaka tahmin edilip hesaplara yansıtılması gerekmektedir.

Normal betonarme kolonlardan farklı olarak, betona yerleştirilen öngerilme kablosu ile öngerilmeli beton kolonlar elde edilmektedir. Öngerilmeli beton kolonlar, betonarme donatılı öngerilmeli beton kolon veya betonarme donatısı olmadan sadece öngerilme çeliği donatısı ile tasarlanabilmektedir. Kolona öngerilme uygulanmasının en büyük avantajı maruz kaldığı yük altında normal betonarme kolonlara göre daha az deplasman yapması ve daha az burkulmasıdır. Öngerilmeli kolonlar yapılarda iki eksenli eğilme ve eksenel yüke maruz kalabilirler. Öngerilmeli kolonların analiz ve tasarımına yönelik bir takım deneysel ve teorik çalışmalar literatürde mevcuttur. Nathan (1), öngerilmeli beton narin kolonların davranışını incelemiştir. Çalışmada öngerilme donatısı için kesite bağlı olarak optimum gerilme değeri önermiştir. Kawakami ve ark. (2), iki eksenli eğilme ve eksenel basınca maruz gelişigüzel geometriye sahip betonarme ve öngerilmeli beton elemanların taşıma gücü ve çatlama analizleri üzerine teorik ve deneysel çalışma sunmuşlardır. Yuan ve Issa (3), 53 adet öngerilmeli beton kolon hazırlayarak test etmişlerdir. Kolonların deneyi sırasında yük ve deplasman değerlerini elde ederek elemanların davranışını incelemişlerdir. Kawakami ve Ghali (4), iki eksenli eğilme ve eksenel basınca maruz gelişigüzel geometriye sahip öngerilmeli beton elemanlarda oluşan gerilme ve şekil değiştirme değerlerini elde etmek amacı ile iteratif bir yöntem sunmuşlardır. Çalışmada, malzemeler için gerçek gerilme–birim deformasyon ilişkileri ele alınmakta ve elemanda oluşan gerilmeler kabul edilen gerilme–birim deformasyon ilişkileri yardımı ile hesaplanmaktadır. Gutierrez ve Ochoa (5), iki eksenli eğilme ve eksenel basınca maruz gelişigüzel geometriye sahip betonarme ve öngerilmeli beton elemanların taşıma gücü ve göçme şeklini içeren Moment–Yük–Eğrilik ($M-P-\phi$) diyagramlarını belirlemeye yönelik analitik bir model sunmuşlardır. Gutierrez ve Ochoa (6), iki eksenli eğilme ve eksenel basınca maruz gelişigüzel geometriye sahip

betonarme ve öngerilmeli beton narin kolonların taşıma gücü ve dayanım şeklinin belirlenmesine yönelik bir yöntem sunmuşlardır. Yöntemde malzemelerin doğrusal olmayan gerilme–birim deformasyon ilişkisi dikkate alınmış ve ikinci mertebe etkilerinin hesabında eleman boyunca Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılmıştır.

Sunulan çalışmada, iki eksenli eğilme ve eksenel yüke maruz öngerilmeli beton kolonların analiz ve tasarımına yönelik bir yöntem önerilerek, önerilen yönteme dayalı sonuca hızlı yakınsayan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Yöntemde malzemelerin doğrusal olmayan davranışı esas alınmaktadır. Kesitin basınç bölgesi tarafsız eksen konumuna paralel olarak şeritlere ayrılmakta ve şeritlerin ağırlık merkezinde hesaplanan birim deformasyonlar ile, kabul edilen gerilme- birim deformasyon ilişkisinden beton gerilmeleri hesaplanmaktadır ($\sigma=f(\varepsilon)$). Yöntemin geçerliliğini göstermek amacıyla, literatürde mevcut bulunan öngerilmeli beton kolon çalışmaları ele alınarak analizler yapılmış ve sonuçların literatürde sunulmuş olan sonuçlarla uyum içerisinde olduğu gösterilmiştir.

2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Problemin çözümünde betonarme kolonlar için kabul edilen varsayımlar benzer şekilde öngerilmeli kolonlar için de aynen geçerli olmaktadır;

1. Eğilmeden önce düzlem olan kesitler eğilmeden sonra da düzlem kalır.
2. Malzemelerin doğrusal olmayan davranışı esas alınmaktadır.
3. Betonun sünme ve büzülme etkisi ihmal edilmektedir.
4. Elemanların kesme deformasyonları ihmal edilmektedir.

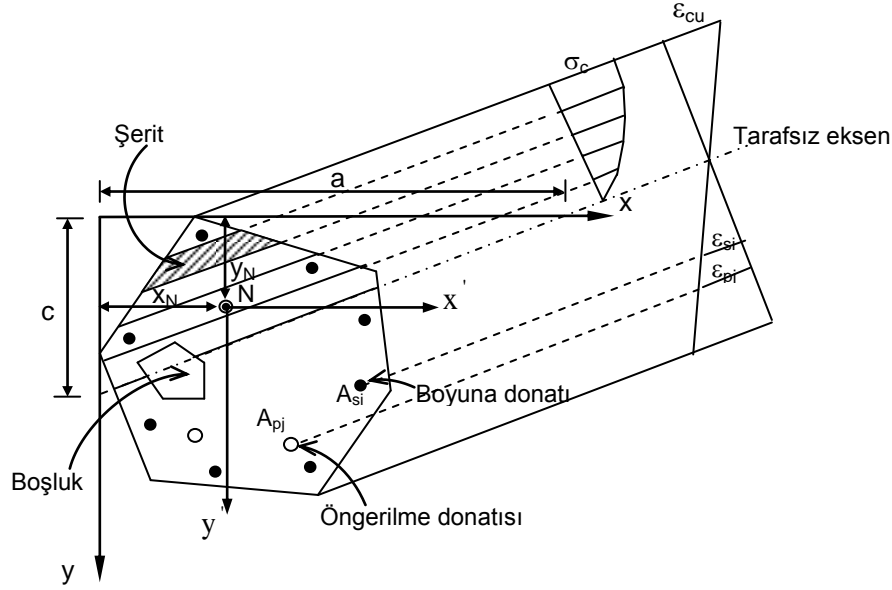
Eğilmeden önce düzlem olan kesitler eğilmeden sonra da düzlem kalır kabulü ile kesitin herhangi bir noktasındaki (x_i, y_i) birim şekil değiştirme, tarafsız eksen parametrelerine (a, c) ve maksimum birim kısalma (ε_{cu}) değerlerine bağlı olarak (1) denklemi ile ifade edilmiş olur (Şekil 1).

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{cu} \left[\left(\frac{y_i}{c} + \frac{x_i}{a} \right) - 1 \right] \quad (1)$$

Önerilen yöntemde, malzemeler için (beton, betonarme donatısı, öngerilme donatı çeliği) doğrusal olmayan gerilme-birim deformasyon ilişkisi kullanılmaktadır. Betonarme çeliği için elasto-plastik gerilme-birim deformasyon modeli ve öngerilme çeliği için üç noktada lineer gerilme-birim deformasyon ilişkisi esas alınabilmektedir.

Analizde beton basınç bölgesinde doğrusal olmayan bir gerilme-birim deformasyon modeli kullanılmasına imkan sağlamak üzere, beton basınç bölgesi tarafsız eksen konumuna paralel olarak şeritlere ayrılmaktadır. Her bir şerit ağırlık merkezinde hesaplanan birim deformasyonlar ile, beton için seçilen gerilme–birim deformasyon ilişkisinden gerilmeler hesaplanmaktadır (7). Kesit içinde yayılı boyuna donatılar aynı çapta kabul edilmekte olup çekme ve basınç bölgesindeki donatılar için gerilme değerleri çelik için seçilen gerilme–birim deformasyon ilişkisinden elde

edilmektedir (Tokgoz (8), Dundar ve ark. (9)). Böylece problemin çözümü için oluşturulacak olan denge denklemlerinde kullanılacak olan gerilme değerleri belirlenmektedir.



Şekil 1. Poligon geometriye sahip öngerilmeli kolon kesiti ve gerilmeler

3. DENGE DENKLEMLERİ

Poligon kesite eğik eksantrisiteli olarak etki eden normal kuvvetin etkidiği noktanın x-y eksen takımına göre koordinatları (x_N, y_N) olarak tanımlanmaktadır (Şekil 1). Kesitte aksenal kuvvetin etkidiği noktadan geçen ve x-y eksenine takımına paralel olan $(x'-y')$ eksen takımı tanımlanmıştır. Burada problemi idare eden denklem takımı $(x'-y')$ eksen takımına göre beton, donatı ve öngerilme kuvvetlerini içerecek şekilde aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (8).

Kesit düzlemine dik yönde kuvvet denge denklemi yazılırsa;

$$f_1 = \sum_k^s \bar{A}_{ck} \sigma_{ck} - \frac{A_{st}}{m} \sum_i^m \sigma_{si} - \sum_j^t A_{pj} \sigma_{pj} - N = 0 \quad (2)$$

elde edilir. $(x'-y')$ eksenleri etrafında moment denge denklemleri sırası ile,

$$f_2 = \frac{A_{st}}{m} \sum_i^m (x_i - x_N) \sigma_{si} + \sum_j^t A_{pj} \sigma_{pj} (x_{pj} - x_N) - \sum_k^s \bar{A}_{ck} \sigma_{ck} (\bar{x}_{ck} - x_N) = 0 \quad (3)$$

$$f_3 = \frac{A_{st}}{m} \sum_i^m (y_i - y_N) \sigma_{si} + \sum_j^t A_{pj} \sigma_{pj} (y_{pj} - y_N) - \sum_k^s \bar{A}_{ck} \sigma_{ck} (\bar{y}_{ck} - y_N) = 0 \quad (4)$$

olarak öngerilmeli betonarme kolon denge denklemleri elde edilmiş olmaktadır. Burada, A_{st} , kesitteki toplam donatı alanını; σ_{ck} , beton basınç bölgesinin k 'nci şeritinin ağırlık merkezinde hesaplanan beton basınç gerilmesi; \bar{A}_{ck} ve $(\bar{x}_{ck}, \bar{y}_{ck})$, k 'nci şeritin alan ve ağırlık merkezinin koordinatlarını; s , beton basınç bölgesi şerit sayısını; σ_{si} , i 'nci donatının gerilmesini; x_i ve y_i , i 'nci donatının koordinatlarını göstermektedir.

Oluşturulan denge denklemlerinde (a , c , A_{st}) olmak üzere üç bilinmeyen vardır. Tasarım için elde edilen ve doğrusal olmayan denklem takımı geliştirilen bilgisayar programı yardımıyla Newton-Raphson iteratif metodu kullanılarak çözülmektedir (10). İki yönde yazılmış olan moment denge denklemi çözümlünden elde edilen tarafsız eksen parametreleri (a , c) ile kesit taşıma gücü kapasitesi;

$$N_u = \sum_k^s \bar{A}_{ck} \sigma_{ck} - \frac{A_{st}}{m} \sum_i^m \sigma_{si} - \sum_j^t A_{pj} \sigma_{pj} \quad (5)$$

ifadesi ile elde edilmektedir.

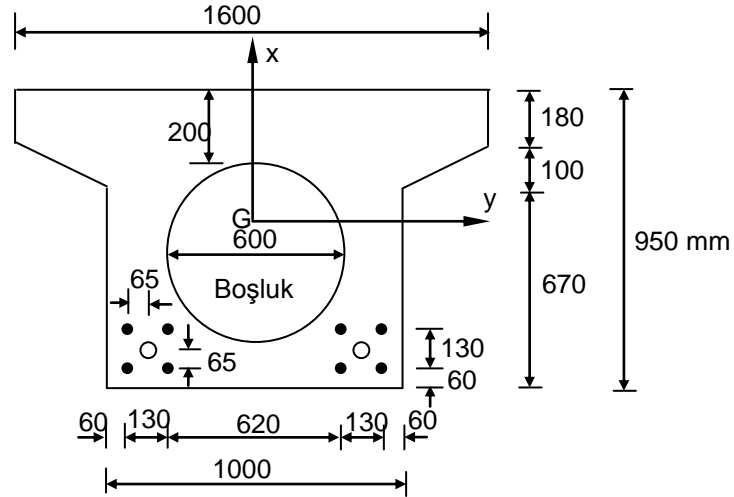
4. SAYISAL UYGULAMALAR

4.1. Uygulama 1

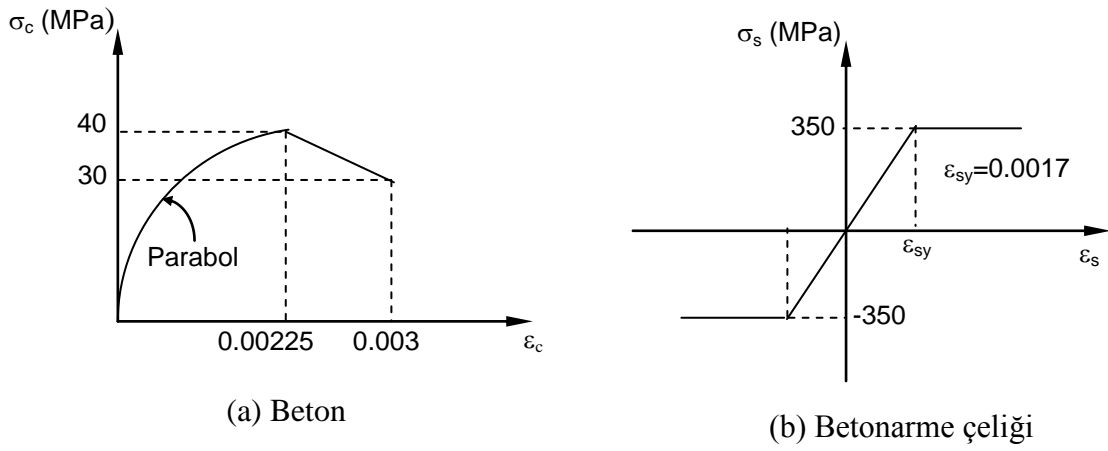
Kawakami ve ark. (2), tarafından sunulan iki eksenli eğilme ve aksenal basınca maruz dairesel boşluklu öngerilmeli betonarme kutu kesitli kolon analizi ele alınmaktadır. Kesit boyutları ve donatı düzeni, Şekil 2'de sunulan kesite x-y eksen takımına göre $e_x=500$ mm ve $e_y=866$ mm eksantrisite ile aksenal kuvvet etki etmektedir.

Kutu kesitli öngerilmeli kolonun boyuna donatı toplam kesit alanı; $A_{st}=4054$ mm², elastisite modülü; $E_s=2.1 \times 10^5$ MPa ve akma dayanımı; $f_y=350$ MPa, öngerilmeli donatısı toplam kesit alanı; $A_{ps}=3928$ mm², akma dayanımı; $f_{pu}=1650$ MPa, elastisite modülü; $E_{ps}=2.0 \times 10^5$ MPa ve öngerilme donatısının her biri için öngerilme kuvveti; $P_j=1500$ kN olarak tasarlanmıştır. Çözümde malzemeler için kullanılan gerilme-birim deformasyon ilişkileri Şekil 3'de sunulmaktadır.

Tasarımda göz önüne alınan özellikler kullanılarak geliştirilen program ile kesit analizi yapılarak 7 iterasyon sonucunda, kesitin taşıma gücü kapasitesi; $N_u=5969.19$ kN olarak bulunmuştur. Elde edilen sonuç, Kawakami ve ark. (2), tarafından verilen kesit taşıma gücü; $N_u=5961.0$ kN değeri ile uyum içerisindedir.

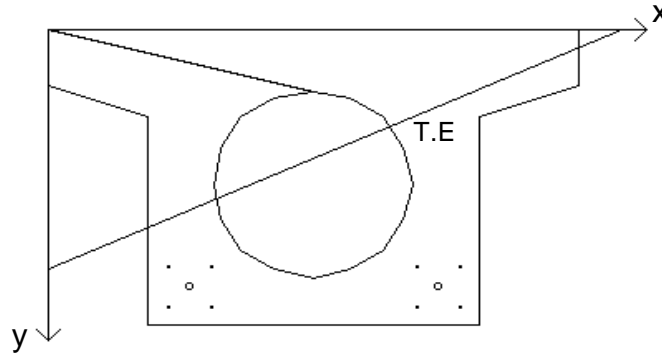


Şekil 2. Dairesel boşuklu öngerilmeli kolon kesiti



Şekil 3. Malzemeler için gerilme–birim deformasyon ilişkileri

Kawakami ve ark. (2), tarafından sunulan öngerilmeli kutu kesitli kolon, öngerilmeli beton kolon kesit taşıma gücü kapasitesi ile normal betonarme kolon kesit taşıma gücü kapasitesini karşılaştırmak amacı ile, öngerilmeli durum ihmal edilmek suretiyle normal betonarme kolon analizi yapılarak taşıma gücü kapasitesi; $N_u=2176.36$ kN olarak elde edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, öngerilmeli beton kolonun taşıma gücü kapasitesinin normal betonarme kolona göre oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Program tarafından çizilen örnek problem kesiti ve tarafsız eksen konumu Şekil 4’de sunulmaktadır.

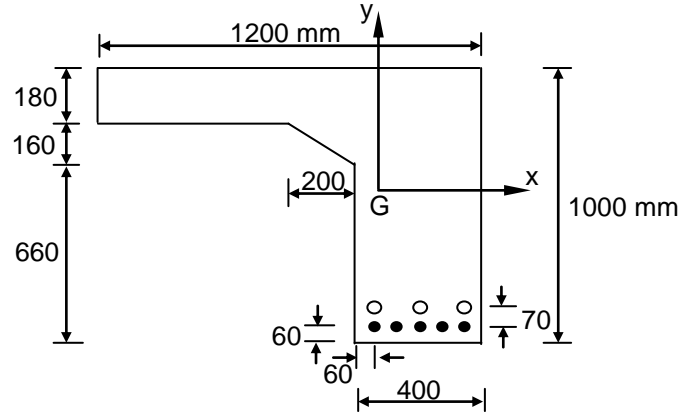


Şekil 4. Dairesel boşluklu öngerilmeli kutu kolon kesiti

4.2. Uygulama 2

Kawakami ve ark. (2), L-kesitli öngerilmeli kolon tasarımı sunmuşlardır (Şekil 5). Kesite iki yönde ağırlık merkezinden geçen x-y eksen takımına göre; $e_x=461.91$ mm ve $e_y=286.95$ mm ile eksantrik basınç yükü etki etmektedir. Kesitte bulunan boyuna donatı toplam kesit alanı; $A_{st}=2654.64$ mm² ve öngerilme donatısı toplam kesit alanı; $A_{ps}=1592.79$ mm² olarak verilmektedir. Malzemeler için kabul edilen gerilme-birim deformasyon ilişkileri, Şekil 3’de verildiği gibidir. Kesitin beton basınç dayanımı; $f_c=40$ MPa, boyuna donatı çeliği akma dayanımı; $f_y=350$ MPa, elastisite modülü; $E_s=2.1 \times 10^5$ MPa, öngerilme donatısı çeliği akma dayanımı; $f_{pu}=1350$ MPa, elastisite modülü; $E_{ps}=2 \times 10^5$ MPa ve öngerilme donatısının her biri için öngerilme kuvveti; $P_j=131$ kN olarak tasarlanmıştır.

Ele alınan öngerilmeli kolon, geliştirilen programın doğruluğunu göstermek amacı ile verilen kesit ve malzeme özellikleri ile taşıma gücü için çözülmüştür. Yapılan analiz sonucunda elde edilen taşıma gücü kapasitesi; $N_u=2121.10$ kN değerinin, Kawakami ve ark. (2), tarafından sunulan taşıma gücü; $N_u=2213$ kN değeri ile uyumlu olduğu görülmektedir.



Şekil 5. L-kesitli öngerilmeli beton kolon

5. SONUÇLAR

Sunulan çalışmada, iki eksenli eğilme ve aksenal basınç altında poligon kesitli öngerilmeli beton kolonların analiz ve tasarımı için iteratif bir yöntem önerilerek, yöneme dayalı sonuca hızlı yakınsayan bilgisayar programları geliştirilmiştir. Teorik yöntemde, malzemelerin doğrusal olmayan gerilme-birim deformasyon ilişkileri esas alınmaktadır. Önerilen yöneme dayalı olarak geliştirilen bilgisayar programı ile yapılan analiz sonuçlarına göre; beton basınç bölgesi için kabul edilen gerilme-birim deformasyon modeli şeklinin, iki eksenli eğilme ve aksenal basınç altında öngerilmeli beton kolon taşıma gücü kapasitesi üzerinde fazla etkisinin olmadığı, buna karşın modelde izin verilen maksimum birim kısalma değerinin (ϵ_{cu}) taşıma gücü kapasitesi değeri üzerinde önemli rol oynadığı gözlenmiştir. Betonun basınç dayanımı değerinin (f_c) kolonun taşıma gücü kapasitesini önemli derecede etkilemektedir. Öngerilmeli beton kolonlar benzer özellikte betonarme kolonlarla kıyaslandığında, öngerilme donatısının katkısı ile birlikte elemanın taşıma gücü kapasitesinde önemli artış görülmektedir. Sunulan çalışmada, geliştirilen bilgisayar programı ile elde edilen kolon analiz sonuçlarının, literatürde sunulan değerler ile uyum içerisinde olduğu gözlenmiştir.

6. KAYNAKLAR

1. Nathan, N.D., "Slenderness of prestressed concrete columns", *PCI Journal*, 28(2), 50-77, 1983.
2. Kawakami, M., Tokuda, H., Kagaya, M., Hirata, M., "Limit states of cracking and ultimate strength of arbitrary concrete sections under biaxial bending", *ACI Journal*, 82, 203-212, 1985.
3. Yuan, R.L., Issa, M., "Prestressed concrete column behavior", *PCI Journal*, 34(6), 51-67, 1989.
4. Kawakami, M., Ghali, A., "Cracking, ultimate strength and deformations of prestressed concrete sections of general shape", *PCI Journal*, 114-122, 1996.

5. Gutierrez, A.R., Aristizabal-Ochoa, J.D., “M-P- ϕ Diagrams for reinforced, partially, and fully prestressed concrete sections under biaxial bending and axial load”, ASCE, *Journal of Structural Engineering*, 127(7), 763-773, 2001.

6. Gutierrez, A.R., ve Aristizabal-Ochoa, J.D., “Reinforced, partially, and fully prestressed slender concrete columns under biaxial bending and axial load”, ASCE, *Journal of Structural Engineering*, 127(7), 774-783, 2001.

7. Dundar, C., Tokgoz, S., Tanrikulu, A.K., “Analysis of biaxially loaded poligonal shaped reinforced concrete members using various stress distribution models”, *Çukurova Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, Haziran, 18(1), 2003.

8. Tokgoz, S., “Öngerilmeli ve betonarme elemanların iki eksenli eğilme ve eksenel yük etkisi altında davranışı”, *Doktora Tezi*, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 259 sayfa, 2006.

9. Dundar, C., Tokgoz, S., Tanrikulu, A.K., Baran, T., “Behaviour of reinforced and concrete-encased composite columns subjected to biaxial bending and axial load”, *Building and Environment*, 43(6), 1109-1120, 2008.

10. Dundar, C., Sahin, B., “Arbitrarily shaped reinforced concrete members subjected to biaxial bending and axial load,” *Computers and Structures*, 49, 643–662, 1993.