

Eğimli Açık Kanal Akımının Farklı Türbülans Modelleri ile Sayısal Modellemesi

Veysel GÜMÜŞ^{*1}, Oğuz ŞİMŞEK²

¹Harran Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Şanlıurfa
²Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana

Geliş tarihi:19.08.2015

Kabul tarihi:08.10.2015

Özet

Eğimli açık kanal akımının hız alanı, Lazer Doppler Anemometresi (LDA) ile ölçülmüş ve aynı deney koşullarındaki akımlar için, temel denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı ile çözülmüştür. Sayısal hesaplamalarda, Standard k-ε, Renormalization-group k-ε, Realizable k-ε, Modifiye k-ω ve Shear Stress Transport türbülans kapatma modelleri kullanılmış, su yüzü profili VOF yöntemi ile hesaplanmıştır. Sayısal modellerden elde edilen akım hızları ve su yüzü profilleri deneysel ölçümlerle karşılaştırılmıştır. Farklı türbülans modellerinin deneysel olarak doğrulanması amacıyla yapılan karşılaştırmalarda, Renormalization-group k-ε türbülans modelinin, hız alanının hesaplanmasında ve su yüzünün belirlenmesinde, kullanılan modeller arasında en başarılı olduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Eğimli açık kanal akımı, Hız profili, Sayısal modelleme, Türbülans kapatma modelleri, VOF

Numerical Modeling of Sloping Open Channel Flow Using Different Turbulence Closure Models

Abstract

The velocity field of sloping open channel flow is measured using Laser Doppler Anemometry (LDA). Basic equations of the problem are solved by ANSYS-Fluent program package, using finite volume method, for the flow case having the same experimental conditions. In the numerical simulations, Standard k-ε, Renormalization-group k-ε, Realizable k-ε, Modified k-ω and Shear Stress Transport turbulence closure models are used, and the flow profile is computed using VOF method. Computational results for velocities and free surface profiles are compared with measured data. Experimental validations of the turbulence models show that, Realizable k-ε turbulence model, among using the other turbulence models, is in general the most successful one in predicting the velocity field and free surface profiles of the present flow case.

Keywords: Sloping open channel flow, Velocity profile, Numerical modeling, Turbulence closure models, VOF

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Veysel GÜMÜŞ, Harran Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Şanlıurfa, gumus@harran.edu.tr

1. GİRİŞ

Açık kanal akımları birçok çalışmaya konu olmuş ve hala incelemeye muhtaç bir konu olarak günümüzde popülerliğini korumaktadır. Açık kanal akımlarının araştırmalarında, akım alanının ve akım serbest su yüzü profilinin belirlenmesi önemli bir amaçtır. Hidrolik yapıların analizinde ve tasarımında, akım hız alanının ve su yüzünün belirlenmesi hem deneysel çalışmalarla hem de sayısal hesaplama yöntemlerinin kullanıldığı teorik modellemelerle yapılabilmektedir.

Teorik modelleme deneyleri fiziksel model deneylerine göre daha hızlı ve ekonomik olması nedeniyle, günümüzde bu tip su yapı etkileşimi problemlerinin çözümde oldukça sık kullanılmaktadır.

Teorik modellemelerde, akımı idare eden temel denklemlerin Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemleri kullanılarak sayısal çözümü yapılarak, akımın serbest yüzeyi ile hız ve gerilme alanları ayrıntılı bir şekilde kısa süre içerisinde hesaplanabilmektedir. HAD yöntemleriyle türbülanslı akımların sayısal hesaplanmasında akımı idare eden denklemlerin çözülebilmesi için birçok araştırmacı tarafından türbülans kapatma modelleri geliştirilmiştir. Araştırmacılar tarafından geliştirilen birçok türbülans modeli kullanılarak sayısal hesaplamalardan elde edilen teorik bulguların doğrulanması için, problemin fiziksel model bulguları ile karşılaştırılması gerekmektedir. Araştırmacılar tarafından yapılan çalışmalara, yapı akım etkileşimi söz konusu olan problemlerde hangi türbülans modelinin, fiziksel model deney sonuçlarına daha yakın tahminde bulunduğu belirlenmesi temel teşkil etmektedir [1-4].

Geçmişten günümüze, su ile yapı etkileşiminin mevcut olduğu türbülanslı akımların analizinde su yüzü profillerinin hesabında Akışkan Hacimleri (Volume of Fluid- VOF) yöntemi başarı ile kullanılmaktadır [5-11]. HAD uygulamalarında kullanılan türbülans modellerinin güvenilirliğini artırmak bakımından, türbülanslı akımların VOF yöntemine dayalı sayısal çözümlerinin deneylerle

doğrulanmasına yönelik çalışmaların çeşitlendirilmesi ve çoğaltılmasına ihtiyaç vardır. Ayrıca, sayısal modellemelerde oluşturulan ağ yapısının çözümler üzerinde etkisinin olduğu bilinen bir gerçektir. Ağ yapısından bağımsız çözümün elde edilip edilmediğini belirlemek için ağ yakınsama indeksi (GCI-Grid Convergence Index) yöntemine birçok araştırmacı tarafından başvurulmaktadır.

Bu çalışmada, eğimli dikdörtgen kesitli açık kanal akımının farklı kesitlerdeki hız profilleri tek boyutlu Lazer Doppler Anemometresi (LDA) ile ölçülmüştür. Deney akımları sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı kullanılarak sayısal olarak modellenmiş ve çözümü yapılmıştır. Türbülanslı akımın sayısal çözümünde, Standart $k-\varepsilon$, Renormalization Group $k-\varepsilon$, Realizable $k-\varepsilon$, Modifiye $k-\omega$ ve Shear Stress Transport türbülans modelleri kullanılmıştır. Kullanılan hesaplama ağ yapısının sayısal çözümler üzerindeki etkisini araştırmak için GCI yöntemi kullanılmıştır. Sayısal hesaplamalardan elde edilen çeşitli kesitlerdeki akım hız ve su yüzü profilleri, deneysel ölçümlerle karşılaştırılmış ve kullanılan türbülans modellerinin hız profillerinin tahminindeki başarısı araştırılmıştır.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. Deneyler

Deneyler, Şekil 1'de şematik görünümü verilen, Harran Üniversitesi hidrolik laboratuvarında bulunan, uzunluğu 2,4 m, genişliği ve derinliği 0,2 m olan, tüm yüzeyleri camdan yapılmış ve eğimi ayarlanabilir açık kanal modelinde yapılmıştır. Deneyler, akımın debisi $Q=1,90$ l/s ve kanal taban eğimi ise 2° durumunda gerçekleştirilmiştir. Kanalın başlangıç noktasında, limnometre ile ölçülen su derinliği $h_0=1,45$ cm, akım ortalama hızı $V_0=0,65$ m/s ve Froude sayısı $Fr_0=1,73$ olarak hesap edilmiştir. Akım hızlarının belirlenmesinde Dantec® LDA62N04 hız ölçme sistemi kullanılmıştır. Bu sistem, ölçüm bölgesine gönderilen iki lazer ışınının kesiştiği noktadan geçen parçacıklar yardımıyla, o noktadaki lazer

ışınları düzlemindeki anlık akım hız bileşeninin belirli zaman aralıklarında ölçülmesini sağlamaktadır. Zaman serisi olarak kaydedilen hız değerlerinden, söz konusu noktaya ait zamansal ortalama akım hızı, türbülans hız sapınçları, türbülans şiddeti gibi çeşitli türbülans karakteristiklerinin belirlenmesi mümkün olmaktadır. Akımın su yüzü profili limnometre kullanılarak ölçülmüştür.

2.2. Temel Denklemler

İncelenen açık kanal akımı düzenli, iki-boyutlu, sıkışmayan, türbülanslı bir serbest yüzeyli akımdır. Akımı idare eden temel denklemler, kütle korunumu ve momentum korunumu (Reynolds-ortalama Navier-Stokes) denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

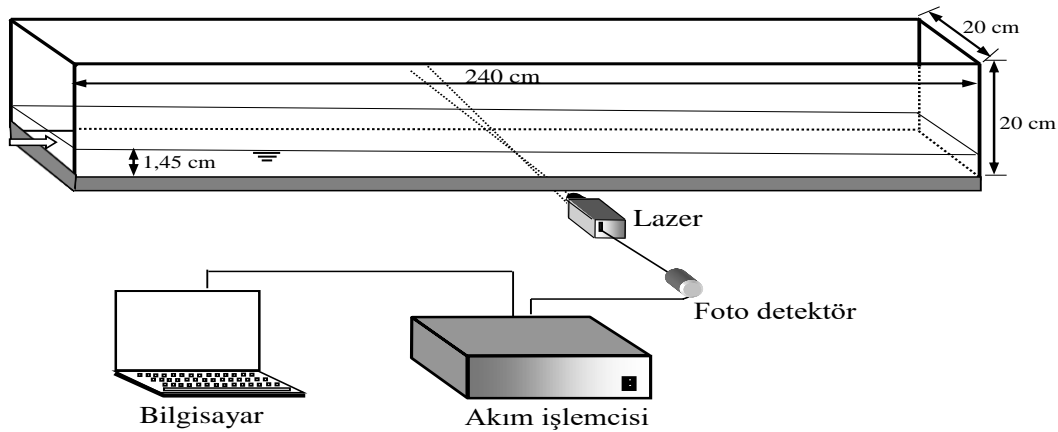
(1) ve (2) denklemlerinde u_i , x_i doğrultusundaki hız bileşeni, g yer çekimi ivmesi, p basınç, μ dinamik viskozite, ρ akışkan yoğunluğu ve τ_{ij} türbülans (Reynolds) gerilmeleridir.

Bu çalışmaya konu olan iki- boyutlu akımı idare eden yukarıdaki 3 adet denklem 6 adet bilinmeyen içermektedir, bunlar: iki hız bileşeni \bar{u}_i , basınç \bar{p} ve üç bağımsız Reynolds gerilmesidir ($-\rho \overline{u'_i u'_j}$).

Böylece, denklem sisteminin çözülebilmesi için türbülans gerilmelerinin tanımlanmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sorun, yukarıdaki zamansal-ortalama denklemlerin sayısal çözümü sürecinde, denklemlerde yer alan türbülans gerilmelerinin uygun türbülans kapatma modelleriyle tanımlanmasını gerektirmektedir. Türbülans viskozitesinin doğrusal olarak ifade edilmesini esas alan Boussinesq yaklaşımına göre (2) denklemindeki türbülans kayma gerilmeleri bünye denklemi ile, sıkışmayan akımlar için aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

burada u'_i ve u'_j yatay ve düşey türbülans hız sapınçları, μ_t türbülans viskozitesi, k ($= \overline{u'_i u'_i} / 2$) türbülans kinetik enerjisi ve δ_{ij} Kronecker deltadır.



Şekil 1. Deney düzeneği

2.3. Türbülans Modelleri

Denklem (3)'de görülen μ_t türbülans viskozitesinin hesaplanmasında bir çok türbülans kapatma modeli geliştirilmiştir. Bu çalışmada, μ_t 'nin hesabında, yaygın bir uygulama alanı olan, k - ε tabanlı üç türbülans modeli ve k - ω tabanlı iki türbülans modeli kullanılmıştır:

- Standard k - ε (SKE) [12],
- Renormalization Group k - ε (RNG) [13],
- Realizable k - ε (RKE) [14],
- Modifiye k - ω (MKW) [15],
- Shear Strees Transport (SST) [16],

bu modeller aşağıda kısaca açıklanmıştır.

2.3.1. SKE Türbülans Modeli

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

SKE model sabitleri, $C_\mu=0,09$, $\sigma_k=1,0$, $\sigma_\varepsilon=1,3$, $C_{1\varepsilon}=1,44$, $C_{2\varepsilon}=1,92$ değerlerini almaktadır [12].

2.3.2. RNG Türbülans Modeli

Bu modelde k -denklemini SKE ile aynı olup ε -denklemini aşağıdaki gibi ilave kaynak terimi içermektedir:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon}^* \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (7)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$C_\mu = 0,0845, \quad \sigma_k = \sigma_\varepsilon = 0,7194,$$

$$C_{1\varepsilon}^* = C_{1\varepsilon} - \frac{\eta(1-\eta/\eta_0)}{1+\beta\eta^3}, \quad C_{2\varepsilon} = 1,68,$$

$$C_{1\varepsilon} = 1,42, \quad \eta = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \frac{k}{\varepsilon},$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}), \quad \eta_0 = 4,377, \quad \beta = 0,012$$

(Deneyisel)

S_{ij} şekil değiştirme hızı tansörüdür. Görüldüğü gibi (7) denklemi akışkan şekil değiştirmesine bağlı η parametresini içermektedir. Bu ilave parametre sayesinde RNG modelinin ivmelenen, şiddetli eğriselliğe maruz, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımlar ve durma noktasının mevcut olduğu akımlarda SKE modeline göre daha gerçekçi sonuçlar verdiği iddia edilmiştir [13].

2.3.3. RKE Türbülans Modeli

Akım alanındaki yüksek şekil değiştirme hızlarının ve sınır tabakası ayrılmasının mevcut olduğu karmaşık akım durumlarında SKE türbülans modeli üzerinde, performans artırıcı olarak RKE modeli adı altında şu iyileştirmeler yapılmıştır: (a) türbülans viskozitesi, μ_t , ifadesinde, sabit bir değer yerine değişken C_μ terimi kullanılarak SKE modelindeki katı yüzeye dik şekil değiştirme bileşenlerinin değeri küçültülmüş, ve (b) ε transport denkleminde yerel şekil değiştirme hızını esas alan farklı bir kaynak terimi kullanılmıştır. Shih ve ark. [14] C_μ^* için aşağıdaki formülü vermişlerdir:

$$C_\mu^* = \frac{1}{A_o + A_s \frac{U^*k}{\varepsilon}} \quad (8)$$

Burada, $A_o = 4$, $A_s = \sqrt{6} \cos \phi$,

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}},$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}}, \quad \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k^*$$

$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k^*, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i})$$

$\bar{\Omega}_{ij}$, ω_k^* açısal hızı ile dönen eksen takımına göre ölçülen ortalama rotasyon hızı tansördür. ε -denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ + \rho C_1 S\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu\varepsilon}} \end{aligned} \quad (9)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibi önerilmiştir:

$$C_1 = \max \left[0,43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \\ C_2 = 1,9, \quad \sigma_k = 1,0, \quad \sigma_\varepsilon = 1,2$$

RKE modeli de RNG gibi, ivmelenen, eğrisel, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımların var olduğu akımlarda SKE modeline göre daha başarılı olduğu ifade edilmiştir [14].

2.3.4. MKW Türbülans Modeli

Wilcox, kendisine ait Standard $k-\omega$ (SKW) modelini [14] modifiye ederek aşağıdaki Modifiye $k-\omega$ (MKW) modelini [12] vermiştir. MKW modelinde, düşük-Reynolds-sayısı düzeltmelerini de göz önüne almak üzere, türbülans viskozitesine bir sönüm fonksiyonu eklenmiştir. İkinci transport denklemi olarak ε yerine türbülans kinetik enerjisinin özgül kayıp oranı, $\omega = \varepsilon/k$, kullanılmıştır. Bu model ile türbülans viskozitesi μ_t , k -denklemleri ve ω -denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (10)$$

Burada, α^* düşük Reynolds sayısı düzeltmesi için sönüm fonksiyonudur. k ve ω denklemleri

aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ + \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Model sabitleri ve yardımcı eşitlikler (sıkışmayan akım için) aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\alpha^* = \frac{\alpha_o^* + \text{Re}_t/\text{R}_k}{1 + \text{Re}_t/\text{R}_k}, \quad \alpha_o^* = \frac{\beta_o}{3}, \quad \beta_o = 0,072,$$

$$\text{R}_k = 6, \quad \text{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}, \quad \alpha = \frac{0,52}{\alpha^*} \frac{\alpha_o + \text{Re}_t/\text{R}_\omega}{1 + \text{Re}_t/\text{R}_\omega},$$

$$\alpha_o = \frac{1}{9}, \quad \sigma_k = 2, \quad \text{R}_\omega = 2,95, \quad \sigma_\omega = 2,$$

$$\beta^* = \beta_o^* f_{\beta^*}, \quad \beta_o^* = \frac{9}{100} \frac{4/15 + (\text{Re}_t/\text{R}_\beta)^4}{1 + (\text{Re}_t/\text{R}_\beta)^4},$$

$$\text{R}_\beta = 8, \quad f_{\beta^*} = \begin{cases} 1, & \chi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k^2}, & \chi_k > 0 \end{cases} \quad \beta = \beta_o f_\beta,$$

$$f_\beta = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega},$$

$$\chi_\omega \equiv \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_o^*\omega)^3} \right|, \quad \chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j},$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{\omega}_{i,j} - \bar{\omega}_{j,i})$$

MKW modelinin yüksek-Reynolds-sayısı formunda $\alpha^*=1$, $\beta_o^*=9/100$ olarak alınır. MKW modelinin, katı ile sınırlandırılmış ya da serbest türbülanslı akımların analizinde, sınır tabakalarının

logaritmik hız bölgesinde, pozitif basınç gradyanının olduğu ayrılma bölgelerinde, SKE modeline göre üstünlük sağladığı ifade edilmiştir [12].

2.3.5. SST Türbülans Modeli

SST modeli, katı sınıra yakın akım bölgelerinde $k-\omega$ [12], uzak bölgelerde ise standart $k-\varepsilon$ türbülans modelinin daha uygun olduğu varsayımından hareketle her iki modelin üstünlüklerini tek modelde birleştiren bir türbülans modelidir. Bu model, bir karışım fonksiyonu yardımı ile modelin katsayılarını, geçerli olduğu varsayılan bölgeler itibarıyla $k-\omega$ ve $k-\varepsilon$ model katsayılarına uyarlayarak, katı sınıra yakın yerlerde (türbülanslı iç bölgede) $k-\omega$ modeli ile uyum sağlarken, katı sınırdan uzaklaştıkça (türbülanslı dış bölgede) yumuşak bir geçişle $k-\varepsilon$ türbülans modeline yaklaşmaktadır [13]. F_1 karışım fonksiyonu olarak SST modelindeki taşınım denklemleri aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\gamma}{v_t} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (14)$$

ω ($=\varepsilon/k$) türbülans kinetik enerjisi özgül kayıp oranıdır. Bu modeldeki farklı sabitler, orijinal $k-\omega$ (ϕ) ve dönüştürülmüş $k-\varepsilon$ (ϕ_2) model katsayılarının interpolasyonu ile aşağıdaki gibi ifade edilir:

$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2$, örneğin:

$\sigma_k = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2}$ ve

$\sigma_\omega = F_1 \sigma_{\omega 1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2}$

$k-\omega$ için ϕ_1 sabitleri: $\sigma_{k1} = 0,85$, $\sigma_{\omega 1} = 0,5$,

$$\beta_1 = 0,075 \quad \beta^* = 0,09, \quad \gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}},$$

$\kappa = 0,41$

$k-\varepsilon$ için ϕ_2 sabitleri: $\sigma_{k2} = 1,0$, $\sigma_{\omega 2} = 0,856$,

$$\beta_2 = 0,0828, \quad \beta^* = 0,09, \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$$

$\kappa = 0,41$ ve ifadeler içerisinde bulunan F_1 fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$F_1 = \tanh \left\{ \min \left[\text{mak} \left(\frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right); \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4,$$

$$CD_{k\omega} = \text{mak} \left(2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-20} \right)$$

y en yakın duvar uzaklığını göstermektedir.

Türbülans kayma gerilmesindeki taşınım etkisini göz önüne almak üzere türbülans viskozitesi aşağıdaki gibi modifiye edilmiştir [13]. $k-\omega$ modelinin, yapılan bu değişiklik ile pozitif basınç gradyanına sahip sınır tabakası akımlarının analizinde ve sınır tabakası ayrılma yerinin belirlenmesinde SKE türbülans modeline göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Bradshaw hipotezine dayanarak, bir sınır tabakası içindeki kayma gerilmesi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\tau = \rho a_1 k \quad (15)$$

Burada sabit değer $a_1 = 0,31$ 'dir. (15) denkleminin sağlanması için türbülans viskozitesi yeniden tanımlanırsa:

$$v_i = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \zeta F_2)},$$

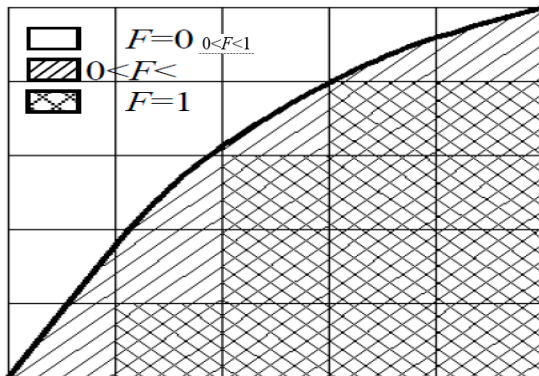
$$F_2 = \tanh \left[\max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; \frac{500 v}{y^2 \omega} \right) \right]$$

Ortalama vortisitenin mutlak değeri, $\zeta = |\partial \bar{u} / \partial y|$ olup, F_2 fonksiyonu sınır tabakası akımı için 1, serbest türbülanslı kayma tabakaları için 0 değerini almaktadır.

2.4. Akışkan Hacimleri Yöntemi (VOF)

Bu çalışmada, su-hava ara yüzünün hesabında akışkan hacimleri (Volume of Fluid–VOF) yöntemi kullanılmıştır [17]. VOF yöntemi, esas olarak hesaplama ağındaki eleman hacimlerinin boş, kısmen dolu ya da tamamen su ile dolu olduğunu belirlemektedir. Ağ elemanlarının hacimsel doluluk oranını temsilen, $F=1$ için ağ elemanı tam dolu, $F=0$ için boş (hava ile dolu) ve $0 < F < 1$ için su ile kısmen dolu olmaktadır (Şekil 2).

Akışkan Hacimleri Yöntemi ile serbest su yüzünün hesaplanmasında “Geo-Reconstruct” yaklaşımı kullanılmıştır [18]. Bu yaklaşıma göre, öncelikle, kısmen dolu her bir hücrenin, doluluk oranı ve onun türevleri ile ilgili bilgilere dayanılarak, hava-su doğrusal ara yüzünün hücre ağırlık merkezine göre yeri belirlenir.



Şekil 2. Ağ elemanlarının doluluk oranı

Bir sonraki adımda, hesaplanmış doğrusal ara yüzün yeri ve eleman yüzeylerinde hesaplanmış normal ve teğetsel hız bilgileri kullanılarak her bir eleman yüzeyinden taşınan akışkan miktarları hesaplanır. Son olarak, bir önceki adımda hesaplanan akışkan miktarları göz önüne alınarak, süreklilik denklemi ile her bir hücrenin hacimsel doluluk oranı belirlenir.

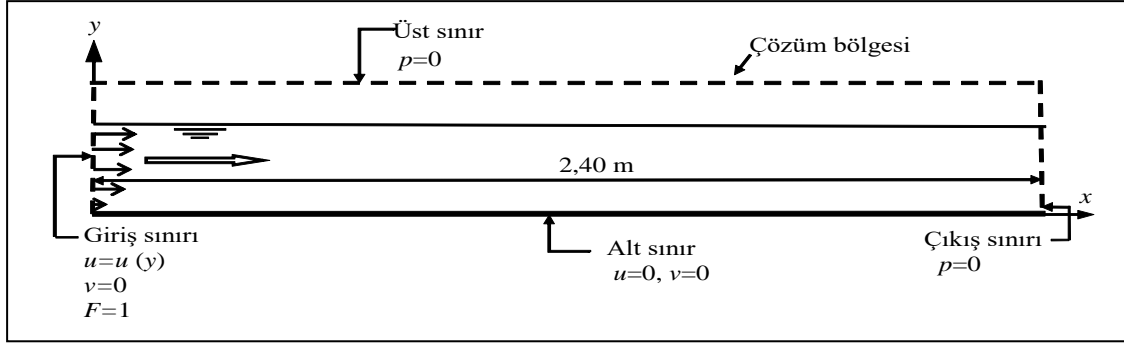
2.5. Çözüm Bölgesinin Sınır Şartları

Eğimli açık kanal akımının sayısal modellenmesi için kullanılan çözüm bölgesi ve sınır şartların Şekil 3’te verilmiştir. x, y koordinat sisteminin orijini, çözüm bölgesinin sol alt köşesinde alınmış, sınır şartları olarak çözüm bölgesinin üst ve çıkış sınırlarında $p=0$, kanal tabanında sıfır hız, yani $u=0, v=0$ olarak tanımlanmıştır. Giriş sınır şartı olarak, deneysel ölçümlerden elde edilen hız profili yatay hız bileşeni $u=u(y)$ olarak tanımlanırken, düşey hız bileşeni $v=0$ olarak alınmıştır.

Zamana bağlı çözüm sürecinde, başlangıç şartı olarak, $t=0$ anında boş olan çözüm bölgesinin giriş sınırında VOF yöntemi için $F=1$ alınmış ve sayısal modellemede kullanılan tüm türbülans modelleri için zaman adımı $\Delta t=0.001$ s olarak seçilmiş ve sayısal çözümün kararlı hale geldiği 30 s kadar çözüm yapılmıştır. SKE, RNG ve RKE modellerinde, kanal tabanında katı sınıra yakın akım bölgesinin modellenmesinde Chen ve Patel [19] tarafından önerilen iki-tabakalı çözümü esas alan ve genişletilmiş iki-tabakalı duvar-yakını modellemesi olarak anılan yöntem kullanılmıştır. (1) ve (2) temel denklemlerinin, Şekil 3’te görülen sınır şartlarına göre \bar{u} , \bar{v} ve \bar{p} için sayısal çözümü, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent® v.12.1 paket programı kullanılarak yapılmıştır.

2.6. Hesaplama Ağının Tasarımı

Hesaplama ağının tasarımı için çözüm bölgesi, dört alt bölgeye ayrılmış ve ağ yapısının çözüm üzerindeki etkisinin incelenmesinde kullanılan



Şekil 3. Sayısal çözüm bölgesi ve sınır şartları

ayrıklaştırma hatasının tespiti için üçlü bir hesaplama ağı oluşturulmuştur. Hesaplama ağının her bir bölgesindeki eleman sayısı yaklaşık olarak %50 ve %100 oranında artırılmak suretiyle dörtgen elemanlardan oluşan üç farklı yoğunluğa sahip, Ağ1, Ağ2 ve Ağ3, hesaplama ağları oluşturulmuştur. Çizelge 1'de, sayısal hesaplamalarda kullanılan üç farklı ağ yapısı için eleman sayıları verilmiştir, burada ilk değer düşey eleman sayısını, ikinci değer ise yatay eleman sayısını ifade etmektedir. Sayısal çözüm alanındaki ağ yapısının yeterli sıklıkta olup olmadığı, bir başka ifadeyle ağ yapısından bağımsız sayısal çözümler elde etmek amacıyla ele alınan üçlü ağ sisteminde yapılan sıklaştırmanın uygunluğu, GCI (Grid Convergence Index-Ağ Yakınsama İndeksi) yöntemiyle test edilmiştir [20, 21]. Ağ3 sistemiyle, akım hızlarındaki hataların kabul edilebilir bir sınır olan %2'den küçük olduğu görülmüş ve hesaplama hassasiyetinin ağ yoğunluğundan bağımsızlaştığı kanaatine varılmıştır.

Çizelge 1. Farklı yoğunluktaki hesaplama ağlarının eleman sayıları

Ağ1-Kaba	Ağ2-Orta	Ağ3-İnce
15x150	20x200	30x300

3. BULGULAR ve TARTIŞMA

3.1. Deneysel ve Hesaplanan Hız Profilleri

Bu çalışmada kullanılan türbülans kapatma

modellerinin doğrulanması bağlamında, deneysel ve sayısal hesap bulgularının niceliksel olarak karşılaştırılmasında, hız ve su yüzü profilleri için hesaplanan Ortalama Karesel Hata (OKH) ve Ortalama Mutlak Göreceli Hata (OMGH) değerleri ölçüt olarak alınmıştır:

$$OKH = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (v_d - v_h)^2 \quad (16)$$

$$OMGH = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left| \frac{v_d - v_h}{v_d} \right| \times 100 \quad (17)$$

Burada, v_d ve v_h sırasıyla deneysel ve hesaplanan hız değerlerini, N işlem yapılan hız profilinde ele alınan nokta sayısını göstermektedir.

Çizelge 2'de, bu çalışmada kullanılan türbülans modelleriyle akım farklı kesitlerinde hesaplanan hız profilleri için OKH ve OMGH değerleri verilmiştir. Çizelgenin son satırında, tüm kesitler itibariyle ortalama OKH ve OMGH değerleri verilmiştir. Tablolarda verilen ortalama OKH ve OMGH değerlerine göre, tüm çözüm bölgesini kapsayacak şekilde, kullanılan türbülans modellerinin başarı sıralaması RNG, RKE, SKE, SST ve MKW şeklinde olduğu görülmektedir. k ve e denklemlerini çözen SKE, RKE ve RNG türbülans modelleri k ve w denklemlerini çözen MKW ve SST türbülans modellerine göre deneysel sonuçlara daha yakın tahminde bulunmuştur. Kanal başlangıç bölgelerinde ($x=20, 40, 60$ ve 75) SKE türbülans modeli RNG modeline göre daha

Çizelge 2. Farklı türbülans modelleri ile hesaplanan hız profilleri için OKH (mm^2/s^2) ve OMGH (%) değerleri

x (cm)	SKE		RKE		RNG		MKW		SST	
	OKH	OMGH	OKH	OMGH	OKH	OMGH	OKH	OMGH	OKH	OMGH
20	4,853	2,784	6,051	2,845	8,455	3,056	8,498	3,323	5,798	2,875
40	4,380	1,969	3,627	2,119	4,897	2,333	11,279	4,230	8,196	3,724
60	11,727	3,099	9,242	3,361	10,770	3,525	25,257	5,855	20,940	5,311
75	6,302	2,461	6,505	2,668	6,638	2,708	28,014	5,665	19,428	4,744
90	11,463	3,600	12,543	3,475	11,327	3,347	14,283	4,610	12,362	4,218
105	11,792	4,563	13,606	4,745	12,859	4,672	35,564	7,326	28,419	6,972
120	6,015	2,665	7,224	2,858	6,258	2,844	27,222	6,153	22,924	5,676
140	8,063	3,456	6,756	3,124	7,624	3,151	18,521	5,298	13,916	4,583
160	9,581	3,093	10,497	3,186	7,843	2,866	29,896	6,123	21,380	5,358
180	4,851	2,130	5,273	1,952	3,189	1,620	23,651	5,116	12,669	3,998
200	6,704	2,621	6,278	2,341	4,449	2,063	22,922	4,687	10,797	3,537
220	7,886	2,716	6,346	2,424	4,412	2,147	17,127	3,877	10,190	2,837
Ort.	7,801	2,930	7,829	2,925	7,393	2,861	21,853	5,189	15,585	4,486

deneysel ölçümlere daha fazla yakınsamıştır. Kanal ortası ve bitiş bölgesinde RNG modeli diğer modellere bariz bir üstünlük sağlamıştır. Bu sonuçlardan, mevcut problemde hız alanının simülasyonu bakımından en küçük OKH ve OMGH değerine sahip olan RNG modelinin kullanılan türbülans modelleri arasında en başarılı türbülans modeli olduğu görülmektedir.

Kanalın farklı kesitlerinde ölçülen, kanal genelinde hesaplanan ortalama OKH ve OMGH hata değerlerine göre en başarılı model olan RNG türbülans modeli kullanılarak elde edilen sayısal hız profilleri, yatay eksen u_{mak} düşey eksen y_{mak} değerine bölünerek boyutsuz olarak Şekil 4'te verilmiştir. Bu grafiklerden, $x=20, 40, 60$ ve 75 cm kesitlerinde katı sınıra yakın bölgede, deneysel ve sayısal bulguların birbirinden az da olsa farklı olduğu, hız profillerinin su yüzüne yakın bölgelerde (türbülanslı dış bölgede) birbiri ile olan uyumun arttığı görülmektedir. Ayrıca, bu kesitler dışında ele alınan kesitlerde ($x=90, 105, 120, 140, 160, 180, 200$ ve 220 cm) sayısal bulguların deneysel ölçümlere kanal başlangıç bölgesinde ele alınan kesitlere göre daha çok yakınsadığı görülmektedir. Çizelge 2'de verilen OKH ve OMGH de değerlerinden elde edilen sonuçlar ile hız profillerinin grafikleri arasında paralellik

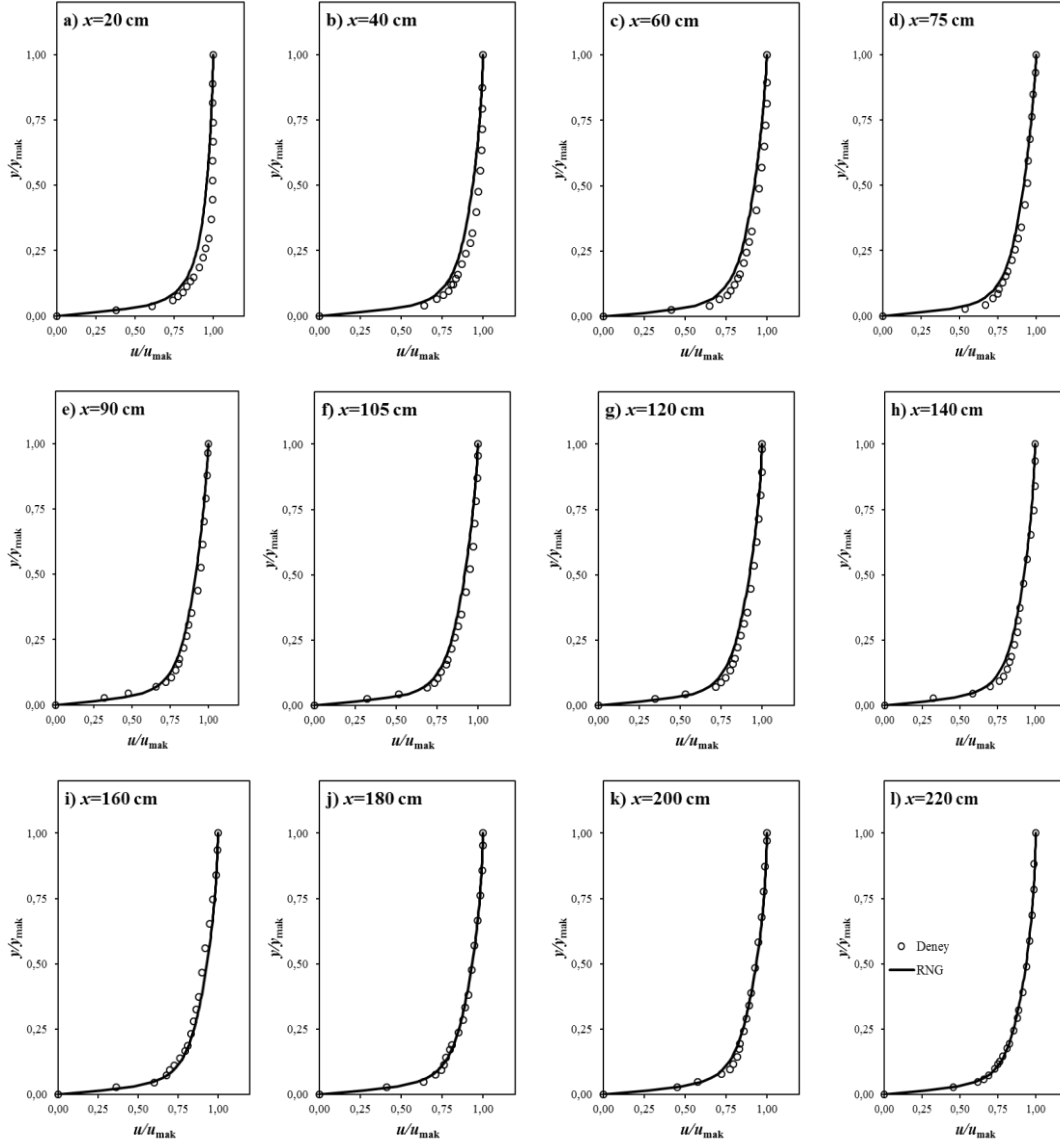
olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

3.2. Deneysel ve Hesaplanan Su Yüzü Profilleri

Tablo 4 'te farklı türbülans modelleri kullanılarak elde edilen su yüzü profillerine ait OKH ve OMGH değerleri verilmiştir. Tablodaki değerlerden RNG türbülans modeli ile elde edilen su yüzü profilinin kullanılan diğer türbülans modellerine göre deneysel ölçümlere daha fazla yakınsadığı görülmektedir. Deneysel ve farklı türbülans modelleri kullanılarak elde edilen su yüzü profillerinin karşılaştırılması Şekil 5'de verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi SKE, RKE, RNG, MKW ve SST türbülans modelleri ile elde edilen su yüzü profilleri arasında büyük bir fark bulunmamaktadır. Bu çalışmada niceliksel karşılaştırma kriteri olarak kullanılan ve Çizelge 3'de verilen OKH ve OMGH değerlerine göre su yüzü tahmininde en başarılı model akım hız alanı da belirlenmesinde olduğu gibi RNG türbülans modelidir.

3.3. Türbülans Kinetik Enerji Topolojisi

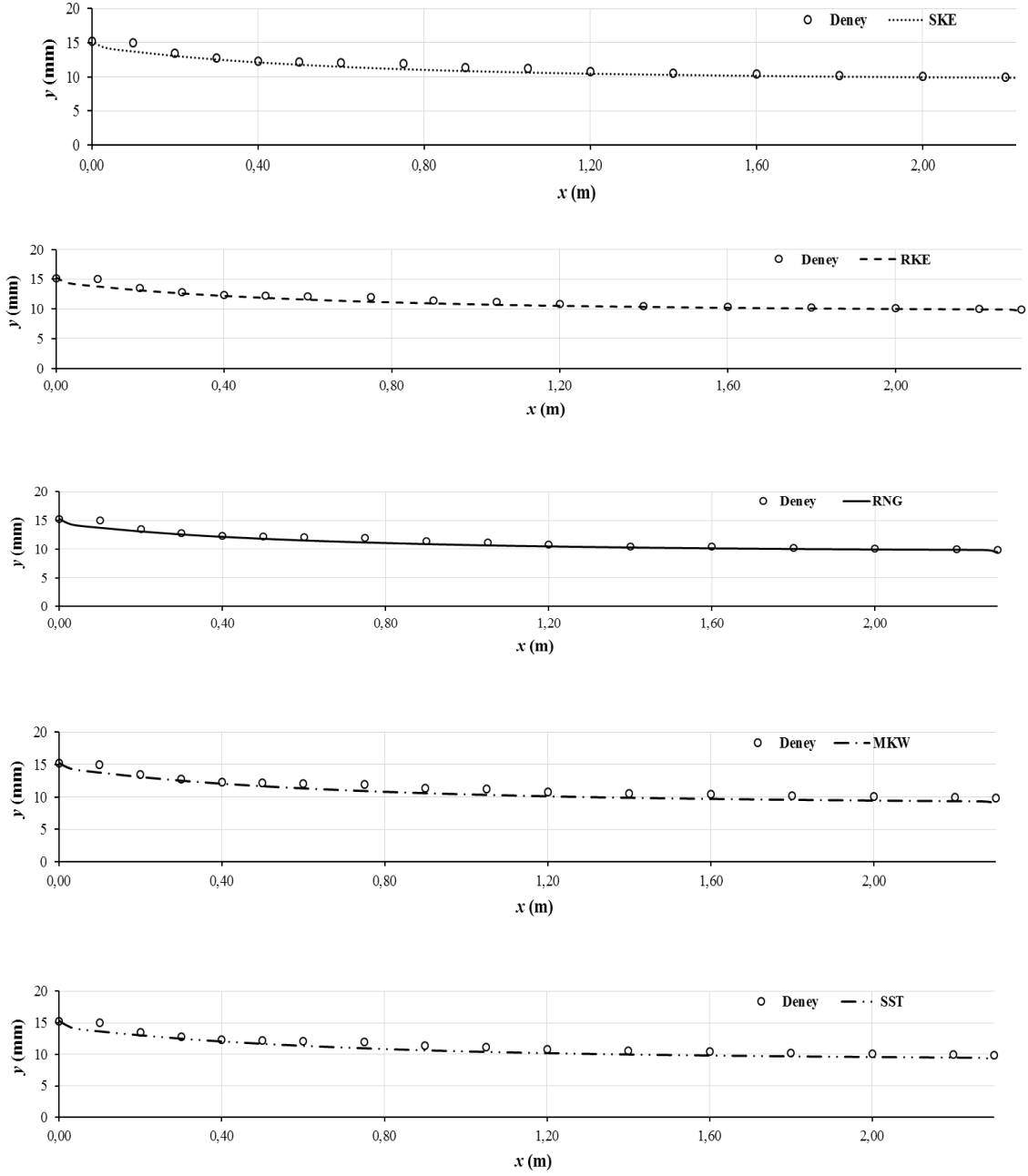
Şekil 6'da, RNG modeli kullanılarak elde edilen türbülans kinetik enerjisinin kanal boyunca değişimi verilmiştir. Şekilden, türbülans kinetik



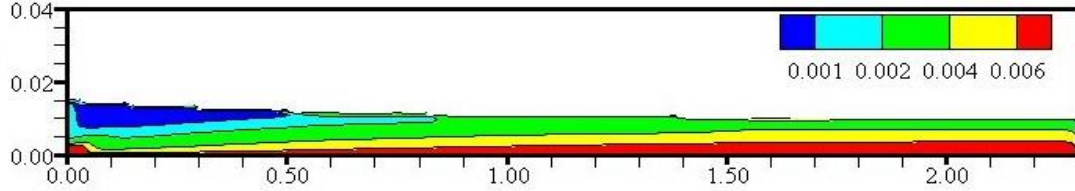
Şekil 4. Kanal boyunca farklı kesitlerde deneysel ve RNG modeli ile hesaplanan boyutsuz hız profilleri

Çizelge 3. Farklı türbülans modelleri ile hesaplanan su yüzü profilleri için OKH (mm²) ve OMGH (%) değerleri

SKE		RKE		RNG		SKW		SST	
OKH	OMGH	OKH	OMGH	OKH	OMGH	OKH	OMGH	OKH	OMGH
0,211	3,210	0,199	3,069	0,194	2,914	0,449	5,680	0,409	5,273



Şekil 5. Deneysel ve farklı türbülans modelleri ile hesaplanan su yüzü profilleri



Şekil 6. RNG türbülans modeli ile hesaplanan türbülans kinetik enerji

enerjisinin en büyük değerinin kanal tabanına yakın bölgede olduğu görülmektedir. Kanal tabanından su yüzüne doğru türbülans kinetik enerji değeri gittikçe azalmakta ve en düşük 0,001 m²/sn² değeri giriş kesitine yakın bölgede oluşmaktadır. Kanal başlangıç noktasından kanal sonuna doğru, akım hızının artması ile birlikte, tabanda oluşan maksimum türbülans kinetik enerji değerinin kalınlığının arttığı görülmektedir.

4. SONUÇ

Eğimli açık kanal akımının sayısal modellenmesinde akımı idare eden denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı kullanılarak çözülmüştür. Sayısal modellemelerde SKE, RNG, RKE, MKW ve SST türbülans modelleri kullanılmış, serbest su yüzünün profili VOF yöntemi ile belirlenmiştir. Hesaplama ağı yapısının, sayısal bulgular üzerindeki etkisini incelemek üzere, Ağ Yakınsama İndeksi (GCI) ölçütü olarak kullanılmış ve ağ yoğunluğuna bağlı hesaplama hatasının % 2'nin altında kaldığı görülmüştür. Sayısal modellemelerden hesaplanan hız ve su yüzü profillerinin deneysel ölçümler ile karşılaştırılmasından, SKE, RKE ve RNG türbülans modeli ile elde edilen sayısal tahminlerinin birbirine yakın olduğu ve bu çalışmada kullanılan diğer türbülans modeli tahminlerine göre deneysel sonuçlara daha fazla yakınsadığı görülmüştür. Bunun yanı sıra, bu üç model arasından da RNG türbülans modelinin en başarılı model olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak, RNG türbülans modeli, bu tür akım durumlarında diğer türbülans modellerine göre daha başarılı tahminde bulunmuş ve bu tür akımların sayısal modellenmesinde başarılı bir şekilde kullanılabilirliği görülmüştür.

5. TEŞEKKÜR

Bu çalışma 14110 nolu proje ile Harran Üniversitesi, Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu (HÜBAK) tarafından desteklenmiştir, teşekkür ederiz.

6. KAYNAKLAR

1. İspir, M.A., Kırkgöz, M.S., Gümüş, V., 2014. Yavaş Değişen Kritik-Altı Açık Kanal Akımının k-ε Türbülans Kapatma Modelleri ile Sayısal Hesabı. Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi. 29(1): 145-155.
2. Şimşek, O., Aköz, V., Gümüş, V., 2011. Eğrisel Geniş Başlıklı Savak Üzerinden Geçen Açık Kanal Akımının Deneysel ve Teorik Analizi. Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi. 26(2): 45-53.
3. Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S., Öner, A.A., 2008. Experimental and Theoretical Analyses of Two-Dimensional Flows Upstream of Broad-Crested Weirs. Canadian Journal of Civil Engineering. 35(9): 975-986.
4. Öner, A.A., Aköz, M.S., Kırkgöz, M.S., Gümüş, V., 2012. Experimental Validation of Volume of Fluid Method for a Sluice Gate Flow. Advances in Mechanical Engineering. 2012: 10.
5. Gümüş, V., Aköz, M.S. ve Kırkgöz, M.S., 2013. Experimental and Numerical Modeling of Submerged Hydraulic Jump Downstream of a Sluice Gate. Teknik Dergi. 24(2): 6379-6397.
6. Ramamurthy, A.S., Qu, J.Y., Vo, D., 2006. VOF Model for Simulation of a Free Overfall in Trapezoidal Channels. Journal of Irrigation and Drainage Engineering-Asce. 132(4): 425-428.

7. Aydin, M.C., 2012. CFD Simulation of Free-Surface Flow over Triangular Labyrinth Side Weir. *Advances in Engineering Software*. 45(1): 159-166.
8. Haun, S., Olsen, N.R.B., Feurich, R., 2011. Numerical Modeling of Flow over Trapezoidal Broad-Crested Weir. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*. 5(3): 397-405.
9. Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S., Öner, A.A., 2008. Experimental and Theoretical Analyses of Two-Dimensional Flows Upstream of Broad-Crested Weirs. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 35(9): 975-986.
10. Öner, A.A., Aköz, M.S., Kırkgöz, M.S., Gümüş, V., 2012. Experimental Validation of Volume of Fluid Method for a Sluice Gate Flow. *Advances in Mechanical Engineering*.
11. Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S. ve Öner, A.A., 2009. Numerical Modeling of Flow over a Chute Spillway. *Journal of Hydraulic Research*. 47(6): 790-797.
12. Launder, B.E., Spalding, D.B., 1972. *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. New York: Academic Press.
13. Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B., C.G., 1992. Development of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique. *Physics of Fluids a-Fluid Dynamics*. 4(7): 1510-1520.
14. Shih, T.-H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z., Zhu, J., 1995. A New $k-\epsilon$ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. *Computers & Fluids*. 24(3): 227-238.
15. Wilcox, D.C., 2006. *Turbulence Modeling For CFD (Third Edition)*. California: DCW Industries, Inc.
16. Menter, F.R., 1994. 2-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *Aiaa Journal*. 32(8): 1598-1605.
17. Hirt, C.W., Nichols, B.D., 1981. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *Journal of Computational Physics*. 39(1): 201-225.
18. ANSYS. 2012. *FLUENT Theory Guide*. USA: ANSYS Inc.
19. Chen, H.C., Patel, V.C., 1988. Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation. *Aiaa Journal*. 26(6): 641-648.
20. Roache, P.J., 1998. Verification of Codes and Calculations. *Aiaa Journal*. 36(5): 696-702.
21. Celik, I.B., Ghia, U., Roache, P.J. ve Freitas, C.J., 2008. Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD applications. *Journal of Fluids Engineering-Transactions of the Asme*. 130(7).

